

Bruchmechanik

Stichworte:

Werkstoffkunde, Festigkeitslehre, Ermüdung, Rissfortschritt, Sprödbruch

Dr.-Ing. Peter Knödel, Karlsruhe

www.peterknoedel.de

0.1 Inhalt

0.1	Inhalt	1
0.2	Verzeichnis der Anhänge	2
1	Einleitung	3
2	Begriffe	6
3	Grundlagen	8
3.1	Arten der Rissöffnung	8
3.2	Spannungsintensität	8
4	Rissfortschritt	11
5	Sprödbruch	13
6	Werkstoffkennwerte	14
7	Anwendungsbeispiel	17
8	Offene Fragen	18
9	Quellen	19
9.1	Normen und Regelwerke	19
9.2	Fachliteratur	19
10	Anhang	22

0.2 Verzeichnis der Anhänge

- A Zusammenfassende Übersicht von Petersen
- B Beispiele für Formzahlen
- C Fehlerberichtigung zu Stahlbauhandbuch
- D Werkstoffkennwerte: Bruchzähigkeit
- E Werkstoffkennwerte: Rissfortschritt
- F Arbeitsblatt
Beispiel aus Stahlbauhandbuch, 1. und N. Iteration

1 Einleitung

August Wöhler (1819-1914) untersuchte gebrochene Eisenbahnachsen und "erfand" die Materialermüdung. Die Wöhlerlinie beschreibt die ertragbare Zyklenzahl eines (metallischen) Werkstoffes bei Beanspruchung zwischen immer der gleichen Ober- und Unterspannung, d.h. in einem sogenannten Ein-Stufen-Kollektiv. Sie verknüpft in doppeltlogarithmischem Maßstab die Spannungsausschläge auf der y-Achse mit der Zyklenzahl auf der x-Achse.

Für übliche Baustähle hat die Wöhlerlinie bei ca. 2 Mio Zyklen einen Knick, von dort ab verläuft sie nach rechts horizontal. Möglicherweise liegt der Knick auch bei 5 Mio, und möglicherweise nimmt die Wöhlerlinie zunächst eine flachere Neigung ein, bevor sie bei ca. 10^8 Zyklen in die Horizontale übergeht.

Bitte beachten:

Das Konzept der normierten Wöhlerlinie(nsteigung) ist zwar gut gemeint, und sicher für grobe Vorbemessungen hilfreich. Die Steigung der Wöhlerlinie ist aber deutlich von der Kerbschärfe abhängig, und diese kann auch von der Steifigkeit des Bauteiles beeinflusst sein. So kann z.B. der HV-Naht-achsial-Stumpfstoß zweier Quadrat-Hohlprofile eine völlig andere Steigung haben als der gleiche HV-Naht-Anschluß an einem Hohlprofil-Kreuzknoten mit $B/T = 0,4$.

Insofern spiegelt die enge Staffelung der Wöhlerlinien im EC3 eine Genauigkeit wieder, die nicht vorhanden ist.

Rechts von der Wöhlerlinie für das Ein-Stufen-Kollektiv liegen gedachte weitere Linien, sogenannte Lebensdauerlinien (Petersen 1990), welche bei gleicher Kerbschärfe die Kollektive mit zunehmend geringerer Fülligkeit beschreiben. In dieser Hinsicht ist die Werkstoffermüdung gut untersucht, siehe z.B. DIN 15018.

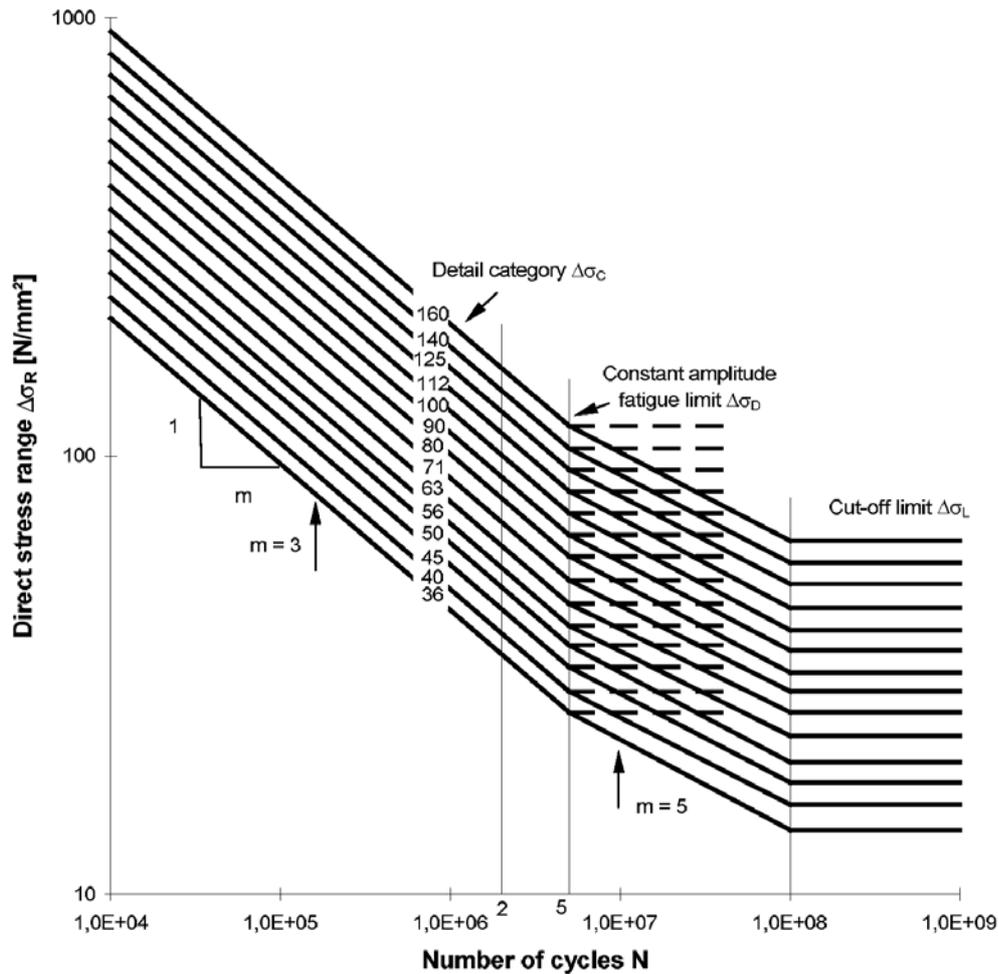


Figure 7.1: Fatigue strength curves for direct stress ranges

(aus dem EC3)

Links von der Wöhlerlinie müsste eigentlich eine gestrichelte Linie eingezeichnet sein, die den ersten Anriss im Bauteil angibt. Der Abstand vom ersten Anriss bis zum Bruch kann einige hundert, aber auch zigtausende von Zyklen betragen (siehe die weiter unten dargestellten Rechenverfahren). Beim üblichen Ermüdungs- oder Betriebsfestigkeitsnachweis wird diese Tatsache ignoriert. Man bemisst gegen Bruch und verlässt sich stillschweigend darauf, daß der Sicherheitsfaktor die erforderliche Gebrauchstauglichkeit (d.h. leben mit einem angerissenen Bauteil) sicherstellt.

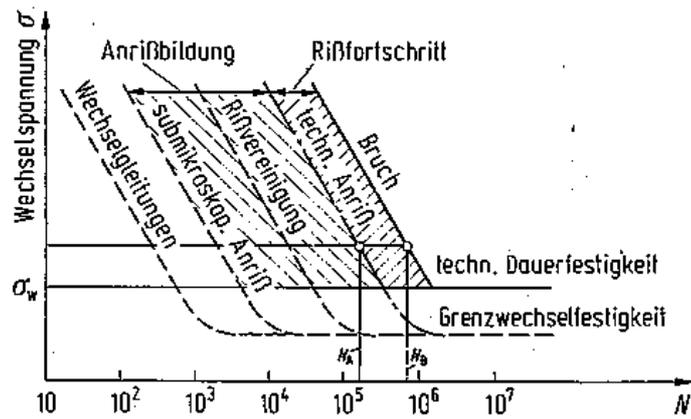


Bild 12. Schematische Darstellung des Schädigungsablaufes bei Schwingbeanspruchung

(aus Dubbel E7)

In diesem Bereich, also zwischen dem ersten Anriß und dem Bruch des Bauteiles, tummelt sich die Bruchmechanik. So gesehen kann man sie als Zuschärfung des Ermüdungsnachweises betrachten.

Die Bruchmechanik liefert zahlenmäßige Aussagen darüber, wie schnell ein bereits entstandener Riss läuft und wann die kritische Risslänge erreicht ist, die einen Spröbruch auslöst.

Hinweis zum vorliegenden Skript:

Das Skript verwendet als wesentliche Quellen das Stahlbau-Handbuch, "den" Petersen-Stahlbau sowie "den" Dubbel. Darüberhinaus sind eigene Erfahrungen aus der Entwurfs- und Gutachterpraxis eingearbeitet.

Herrn Kollegen Dr.-Ing. Detlev Ibach danke ich für die Überlassung eines Arbeitsblattes sowie für lange, fruchtbare Telefonate.

Herr Professor Dr.-Ing. Ömer Buçak, Fachhochschule München, hat diese Unterrichtseinheit an der SLV-Mannheim vor mir gehalten. Ihm bin ich für die Überlassung seines umfangreichen Manuskripts dankbar.

2 Begriffe

a	Risslänge, aus Symmetriegründen ggfs. nur halbe Risslänge
a_c	im vorliegenden Skript aus Bequemlichkeit a,c geschrieben: kritische Risslänge
brittle fracture	Sprödbbruch
Bruchzähigkeit	Risszähigkeit
COD-Test	Crack Opening Displacement test. Verfahren zur Bestimmung der Risszähigkeit.
crack propagation	Rissfortschritt
EC3	Eurocode 3, EN 1993.
fatigue	Ermüdung
fracture mechanics	Bruchmechanik
fracture toughness	Risszähigkeit, Bruchzähigkeit
k	Formfaktor, siehe Y
K_I	im vorliegenden Skript aus Bequemlichkeit K,I geschrieben: Spannungsintensität für die Rissöffnungsart I
ΔK_I	im vorliegenden Skript aus Bequemlichkeit ΔK_I geschrieben: "zyklische Spannungsintensität" für die Rissöffnungsart I, d.h. In- tensität einer Spannungsschwankung
$\Delta K_{I,0}, \Delta K_0$	Schwellenwert, unterhalb dem kein Risswachstum stattfindet
Kollektiv	Alle Last- oder Spannungsausschläge eines Bauteiles, nach Größe geordnet, der größte links. Wird dadurch eine rechteckige Fläche überdeckt, spricht man vom Ein-Stufen-Kollektiv. Fällt die Hüll- kurve von links nach rechts ab, spricht man von abnehmender Fül- ligkeit.

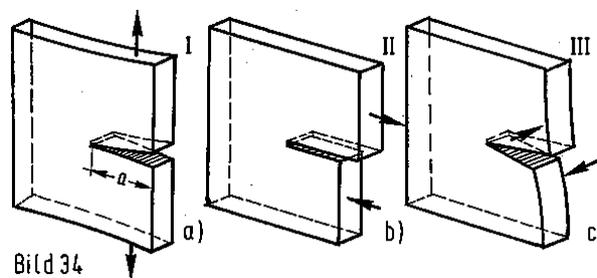
LEBM	Linear-elastische Bruchmechanik
LEFM	Linear elastic fracture mechanics
Paris-Erdogan-Formula	Rissfortschritts-Gleichung
threshold	Schwellenwert
Y	Formfaktor, siehe k
α_K	im vorliegenden Skript aus Bequemlichkeit α_K geschrieben: Kerbzahl, Verhältnis einer Spannungsspitze zur Nennspannung

3 Grundlagen

3.1 Arten der Rissöffnung

Zunächst muss bereits ein Riss oder eine Fehlstelle im Bauteil vorhanden sein, sonst findet die Bruchmechanik keinen Ansatz.

Aus der unterschiedlichen Bewegung der Rissufer zueinander definiert man drei unterschiedliche Rissöffnungsarten, die mit römischen Ziffern I, II, III bezeichnet werden. Man spricht auch von Modus I, II, III.



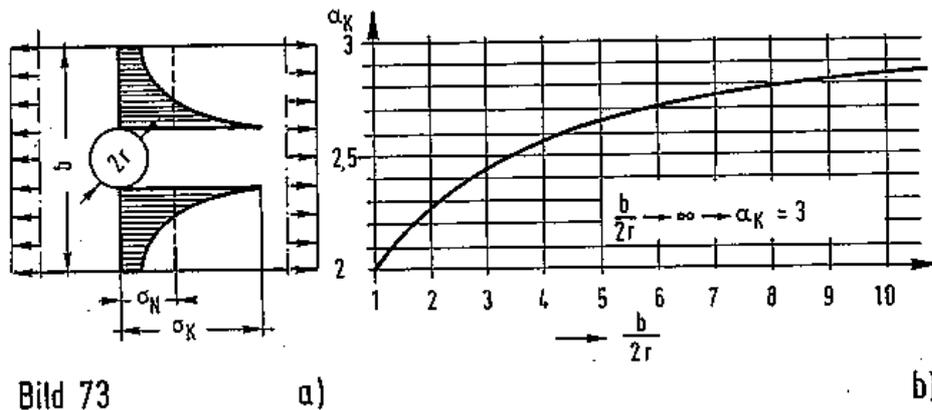
(aus Petersen 1990)

Die römische Ziffer wird in den nachfolgend beschriebenen Formeln als Index verwendet, um zu kennzeichnen, welcher Modus jeweils gemeint ist.

Im vorliegenden Skript wird nur auf den Modus I weiter eingegangen.

3.2 Spannungsintensität

An einem Kreisloch in einer unendlich ausgedehnten Platte unter Längsspannungen entstehen Spannungen, die mit dem Faktor 3,0 über den Nennspannungen in der Platte liegen. Der Wert ist theoretisch hergeleitet.



(aus Petersen 1990)

Anders formuliert: einem Kreisloch ist günstigstenfalls die Kerbzahl $\alpha_K = 3$ zuzuordnen; ist die Platte nur endlich breit, werden die Spannungsspitzen schärfer. Diese Zahlen gelten, sofern man sich auf die Nennspannung der ungelochten Platte bezieht, d.h. die von außen aufgeprägte Spannung. Bezieht man sich auf die Nettospannungen, ergeben sich andere Zahlenwerte.

Macht man aus dem Kreis eine Ellipse, mit den Halbachsen a quer zur Krafrichtung und b in Krafrichtung, dann steigt die Kerbzahl, je größer das Verhältnis a/b wird. Lässt man, bei gleichem a , die Halbachse b immer kleiner werden, so wird auch der Nebenkrümmungskreis der Ellipse (identisch mit dem Kerbradius) immer kleiner. Lässt man b gegen Null laufen, so wird aus der schlitzförmigen Ellipse ein Riss mit der Länge $2a$, der sogenannte Griffith-Riss. Die Spannungsspitzen sind umgekehrt proportional zum Kerbradius, sie werden also unendlich groß, wenn dieser gegen Null geht.

Die Spannungsintensität, nicht ganz zutreffend auch als Spannungsintensitätsfaktor bezeichnet, ist aufgrund theoretischer Herleitungen wie folgt definiert:

$$K_I = \sigma * \sqrt{(\pi * a)}$$

Die Dimension dieser physikalischen Größe ist

$$N/mm^2 * \sqrt{mm} = N * mm^{-3/2}$$

Falls die Platte nicht unendlich ausgedehnt ist, wird die Spannungsintensität noch durch einen Formfaktor k ergänzt. Man erhält dann im allgemeinen Fall

$$K_I = k * \sigma * \sqrt{(\pi * a)}$$

Der Formfaktor wird in der Fachliteratur häufig auch mit Y bezeichnet.

Zahlenwerte für k entnimmt man der Fachliteratur, einige wichtige Anwendungsfälle sind z.B. im Stahlbauhandbuch wiedergegeben (siehe Anhang dieses Skripts).

Es gibt dazu noch ein erweitertes Konzept, den sogenannten Dugdale-Riss, der das Plastizieren im Rissgrund besser erfaßt. Auf diesen wird im folgenden nicht eingegangen.

4 Rissfortschritt

An einem vorhandenen Riss bewertet man veränderliche Spannungen mit der "zyklischen Spannungsintensität"

$$\Delta K_{I} = k \cdot \Delta \sigma \cdot \sqrt{(\pi \cdot a)}$$

Mit dieser zyklischen Spannungsintensität kann man – werkstoffspezifisch – unterschiedliche Phasen im Risswachstum feststellen.

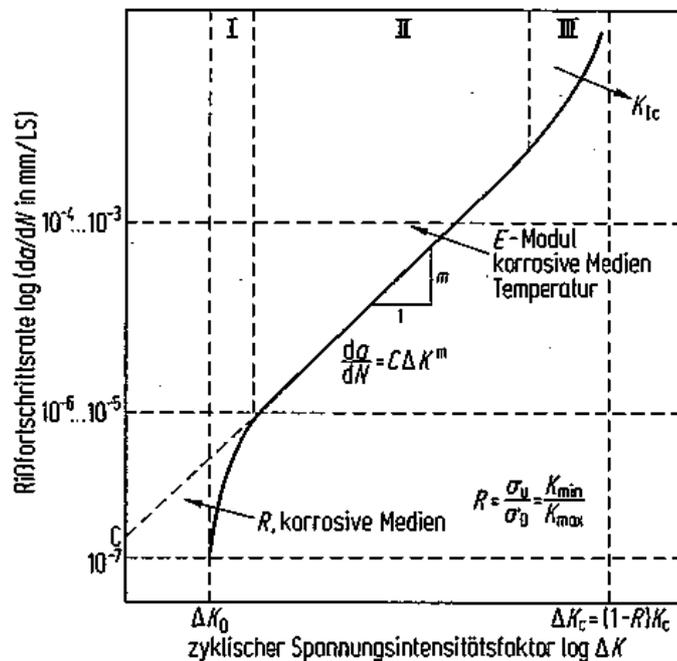
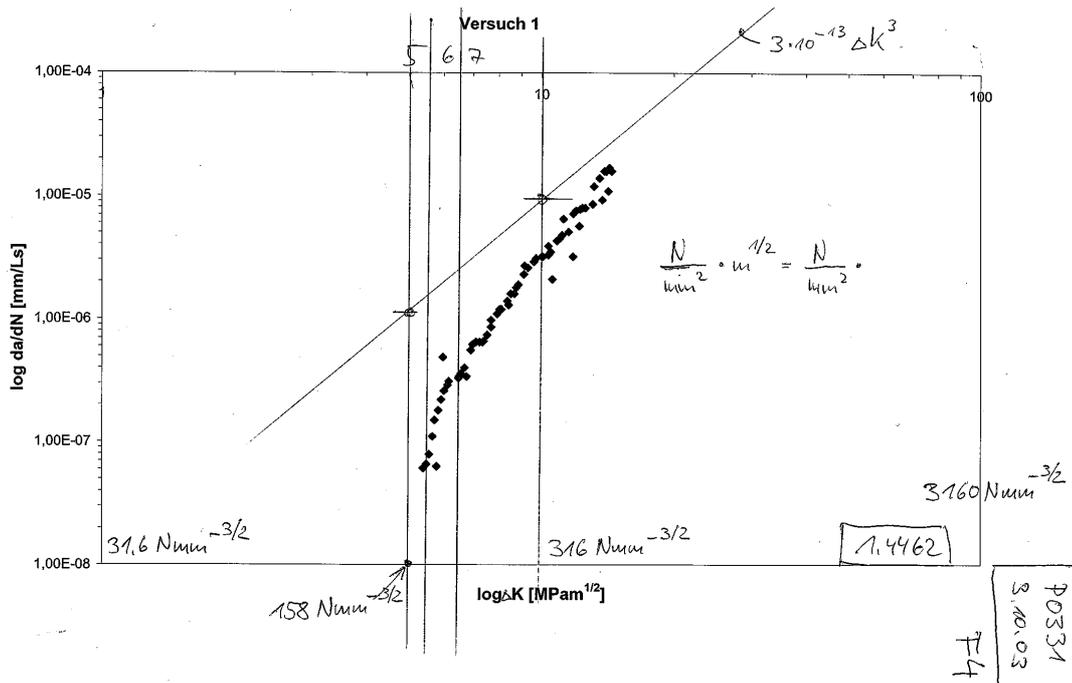


Bild 13. Makrorißwachstum bei zyklischer Beanspruchung

(aus Dubbel E8)

Liegt die zyklische Spannungsintensität unterhalb eines Schwellenwertes ΔK_0 , verträgt der Werkstoff die Spannungsänderungen, ohne dass dabei eine Schädigung entsteht. Man stellt sich vor, dass im Gitter rein elastische, reversible Gleitungen stattfinden.



(Quelle: Krupp, Universität Siegen 2003, unveröffentlicht)

In dem Diagramm sind Versuchsergebnisse der Universität Siegen für einen Duplex Werkstoff dargestellt, die von mir im Rahmen eines Gutachtens ausgewertet wurden. Der Schwellenwert liegt bei ca. $158 \text{ N/mm}^{-3/2}$.

In einem mittleren Bereich, also bei stärkeren zyklischen Spannungsintensitäten, ist Risswachstum festzustellen. In doppelt-logarithmischem Maßstab ist dieses proportional zu $\Delta K, I$. Die Rissfortschrittsrate wird in mm je Lastwechsel angegeben. Die Formel, die diesen Zusammenhang beschreibt, heißt Paris-Erdogan-Formel (Eigennamen englisch gesprochen). Beispiele sind im Abschnitt Werkstoffkennwerte angegeben.

Wird die zyklische Spannungsintensität noch größer, dann wird das Risswachstum unkontrolliert, siehe nächster Abschnitt.

5 Sprödbruch

Es gibt offenbar für jeden Werkstoff eine kritische Spannungsintensität $K_{I,c}$, die so groß ist, daß ein Sprödbruch eintritt.

Im Hinblick auf ein kontinuierlich gesteigertes Risswachstum kann man sagen, die kritische Spannungsintensität ist erreicht, wenn der Rissfortschritt im nächsten Zyklus so groß ist wie der Restquerschnitt.

Für übliche Baustähle liegen die Werte $K_{I,c}$ zwischen 3000 und 4000 $\text{N}\cdot\text{mm}^{-3/2}$, weitere Werkstoffe sind im Anhang angegeben.

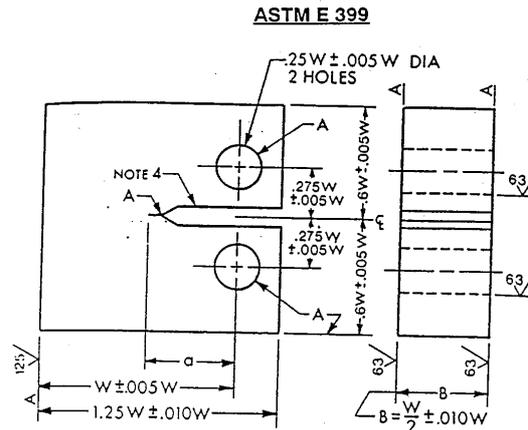
Bei gegebener Geometrie und Nennspannung lässt sich aus der Definitionsgleichung von $K_{I,c}$ die kritische Risslänge ermitteln:

$$a,c = K_{I,c}^2 / (\pi * \sigma^2 * k^2)$$

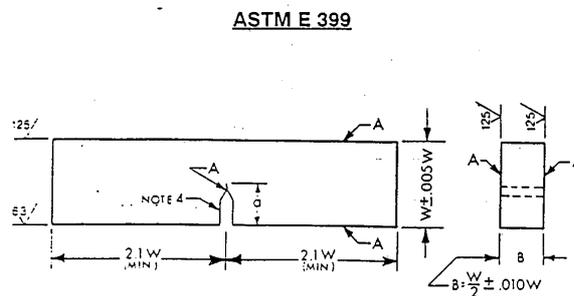
Diese muss iterativ bestimmt werden, da mit größer werdendem Riss auch die durch den Formfaktor k ausgedrückte Spannungskonzentration steigt.

6 Werkstoffkennwerte

Die Werkstoffkennwerte werden mit genormter Versuchstechnik bestimmt. Dabei gibt es eine Vielzahl von Probenformen, von denen nachfolgend 2 wiedergegeben werden.



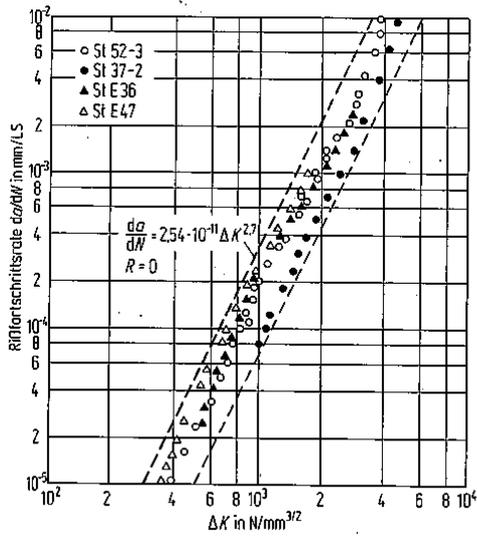
(Quelle: Bucak 2003)



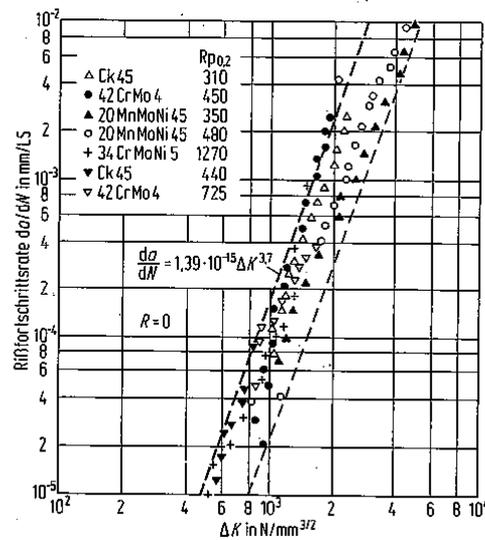
(Quelle: Bucak 2003)

Die obere Probe wird über zwei Passbolzen in die Prüfmaschine gehängt und im Zugversuch geprüft. Die untere Probe wird als Drei-Punkt-Biegeversuch geprüft.

Der definierte Anfangskerb ist jeweils eingefräst. Die mit dieser Technik erzielbaren Kerbradien liegen noch im Bereich von zehntel Millimetern, was für diesen Versuch noch viel zu grob ist. In einem Schwingversuch wird daher zunächst ein weiterlaufender Anriss einer bestimmten Länge erzeugt. An diesem werden dann z.B. Daten für die Rissfortschrittsgeschwindigkeit gewonnen. Zum Schluss wird die Probe unter zügiger Last zerstört um die Risszähigkeit zu messen.

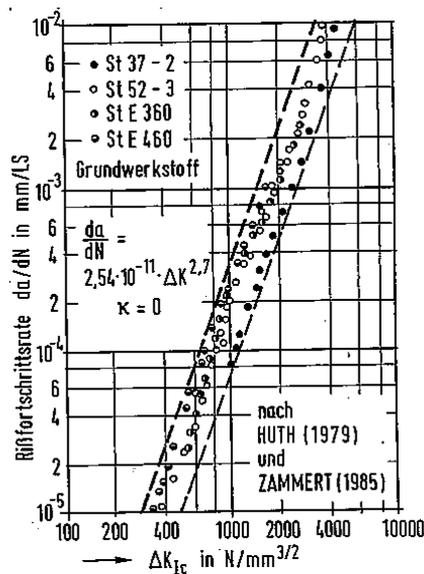


Anh. E1 Bild 3. Rißfortschrittsverhalten einiger Bau- und Feinkornbaustähle nach [73]



Anh. E1 Bild 4. Rißfortschrittsverhalten einiger Einsatz-, Vergütungs- und Druckbehälterstähle nach [73, 75]

(aus Dubbel Anhang E1)



(aus Petersen 1990)

Man vergleiche das Diagramm aus Petersen (aus der Zusammenfassung im Anhang) mit dem linken Diagramm aus Dubbel.

ACHTUNG:

Die angegebene Paris-Erdogan-Formel passt nicht mit der gezeichneten Hüllkurve zusammen. Meiner Ansicht nach muß die Hochzahl in der Formel "-12" statt "-11" heißen. Siehe 21. Auflage des Dubbel, die erscheint wohl 2005 oder 2006, da soll das berichtigt sein.

Eine Gegenüberstellung der Rissfortschrittskurven für die unterschiedlichen Werkstoffe ist in folgendem Diagramm wiedergegeben.

Crack Propagation

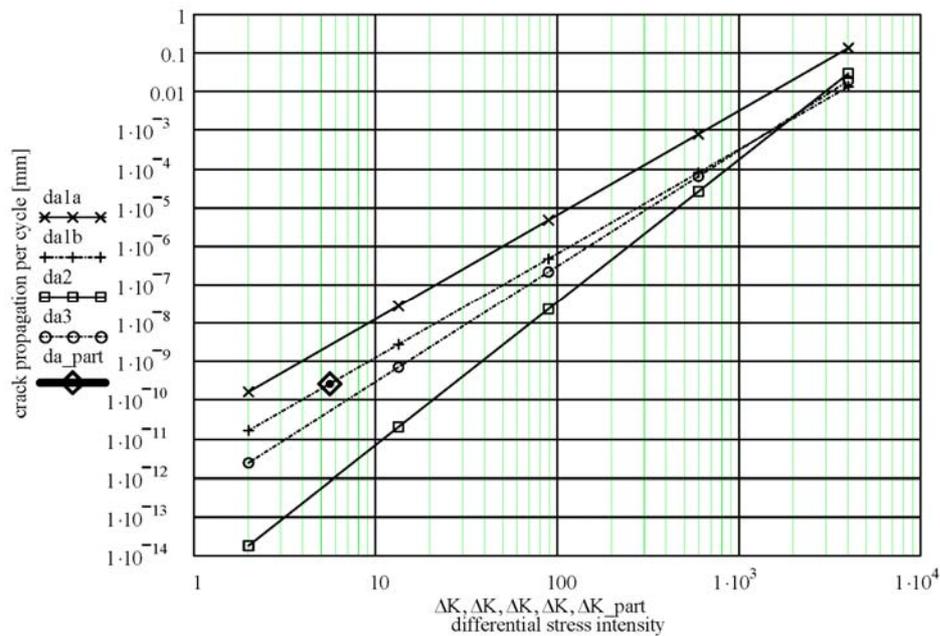
(sheet K-pk-e 03-10-01.mcd)

Definition of Variables for Graphic Presentation

$$\begin{aligned} \text{start} &:= 2 \cdot 10^0 & \text{end} &:= 4 \cdot 10^3 & \text{npts} &:= 5 \\ i &:= 1 \dots \text{npts} & \text{step} &:= \left(\frac{\text{end}}{\text{start}} \right)^{\frac{1}{\text{npts}-1}} & \Delta K_i &:= \text{start} \cdot \text{step}^{i-1} \end{aligned}$$

Evaluation of Paris-Erdogan Formula for different materials

structural steels		$da1a_i := 2.54 \cdot 10^{-11} \cdot (\Delta K_i)^{2.7}$
structural steels (Knoedel's adoption)		$da1b_i := 2.54 \cdot 10^{-12} \cdot (\Delta K_i)^{2.7}$
alloy steels		$da2_i := 1.39 \cdot 10^{-15} \cdot (\Delta K_i)^{3.7}$
rough estimate for steel structures		$da3_i := 3.0 \cdot 10^{-13} \cdot (\Delta K_i)^{3.0}$
present part	$\Delta K_{\text{part}} := 5.6$	$da_{\text{part}} := 2.54 \cdot 10^{-12} \cdot (\Delta K_{\text{part}})^{2.7}$



Man erkennt, daß die Kurven zumindest im Bereich relativ hoher zyklischer Spannungsintensitäten erstaunlich nahe beieinander liegen.

7 Anwendungsbeispiel

Gegeben ist das im Stahlbauhandbuch angegebene Stahlbauteil:

ACHTUNG:

Auch dort ist ein sinnentstellender Fehler enthalten:

Im Beispiel fehlt der Formfaktor!

(siehe Berichtigung im Anhang dieses Skripts)

Fragestellungen zur Zahlenauswertung:

- Ist das Bauteil unmittelbar gefährdet?
- Wie könnte man einen Sicherheitsfaktor definieren?
- Wenn das ein Teil einer Stahlbrücke wäre:
Ist ein Inspektionsintervall bis zur nächsten Brückenprüfung von 2 Jahren angemessen
oder muß man verkürzen?

Gegebenenfalls weitere Anwendungsbeispiele aus dem Teilnehmerkreis.

8 Offene Fragen

- wo bekomme ich die Daten für den Werkstoff her, den ich gerade untersuchen muss -
und die natürlich nicht im Dubbel stehen?
(unbefriedigende Antwort: aus dem Internet)

- was mache ich, wenn ich ungleichmäßige Spannungszyklen habe?

- mein Bauteil sieht ganz anders aus – wo bekomme ich einen Formfaktor her?

9 Quellen

9.1 Normen und Regelwerke

- [1] prEN 1993-1-9:2002-02: Design of steel structures. Fatigue strength of steel structures - final draft. (= EC3)
- [2] DIN 15018 Krane. Grundsätze für Stahltragwerke.
Teil 1: Berechnung. November 1984.
Teil 2: Grundsätze für die bauliche Durchbildung und Ausführung. November 1984.
Teil 3: Berechnung von Fahrzeugkranen. November 1984.
(Stand 12/02 <http://www2.beuth.de/>)
- [3] N.N.: DVS Merkblatt 2401: Bruchmechanische Bewertung von Fehlern in Schweißverbindungen.
Teil 1: Grundlagen und Vorgehensweise. Oktober 1982.
Teil 2: Praktische Anwendung. April 1989.
Teil 3: Beispielsammlung. August 1996.
enthalten in: Fachbuchreihe Schweißtechnik Band 101. 2. Auflage, DVS-Verlag Düsseldorf 1996.

9.2 Fachliteratur

- [4] Beitz, W., Grothe, K.-H. (Hrsg.): Dubbel. Taschenbuch für den Maschinenbau. 20. neubearbeitete und erweiterte Auflage. Springer, Berlin 2001.
- [5] Berger, C., Kloos, K.H.: Grundlagen der Werkstoff- und Bauteileigenschaften. Kapitel E Werkstofftechnik in [4].
- [6] Broichhausen, J.: Schadenskunde und -forschung in der Werkstofftechnik. Vorlesungen an der RWTH Aachen 1977. (cited after [5])
- [7] Buçak, Ö.: Manuskript Bruchmechanik. Fachhochschule München, Stand 2003.
- [8] Dugdale, D. S.: Fielding of steel-sheets containing slits. J. Mech. hys. Solids 8 (1960), S. 100 - 108 (zitiert nach Petersen 1990)

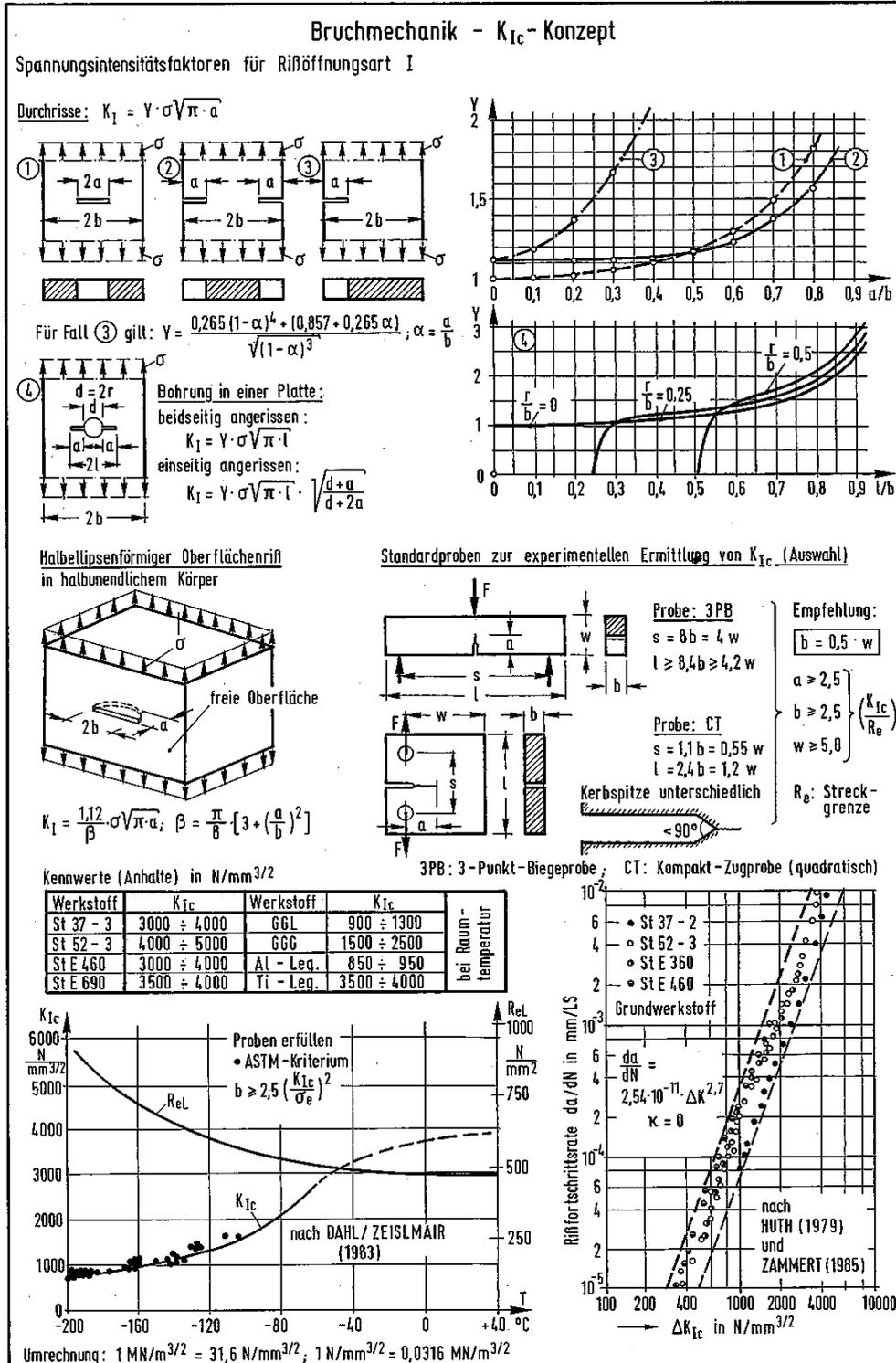
- [9] Griffith, A. A.: The phenomens of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Roy. Boc. A 211 (1921), S. 163 - 198 (zitiert nach Petersen 1990)
- [10] Herion, S.: Persönliche Mitteilungen 2003. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Universität Karlsruhe.
- [11] Huth, H.: Berechnungsunterlagen zur Rißfortschritts- und Restfestigkeitsvorhersage rißbehafteter Großbauteile. ARGE Betriebsfestigkeit im VdEh, Bericht Nr. ABF03, Düsseldorf 1979. (cited after [5])
- [12] Huth, H., Schütz, D.: Zuverlässigkeit bruchmechanischer Vorhersagen. 3. Sitzung des AK Betriebsfestigkeit am 14.10.77 in Berlin, Vortragsband des DVM: Anwendung bruchmechanischer Verfahren auf Fragen der Betriebsfestigkeit, 7-17. (cited after [5])
- [13] Huth, H.: Berechnungsunterlagen zur Rißfortschritts- und Restfestigkeitsvorhersage rißbehafteter Großbauteile. ARGE Betriebsfestigkeit im VdEh, Bericht Nr. ABF03, Düsseldorf 1979. (cited after [5])
- [14] Ibach, D.: Persönliche Mitteilungen 2003 und 2004. Ingenieurbüro Klähne und Bauchspieß, Niederlassung Leipzig.
- [15] Irwin, G. R.: Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Trans. ASME, J. Applied Mech. 24 (1957), S. 361 - 364 u. Fracture, in: Handbuch der Physik, Bd. VI, S. 551 - 590, Heidelberg: Springer-Verlag 1958 (zitiert nach Petersen 1990)
- [16] Krupp, U.: e-mail to P. Knoedel. Recent test results on 1.4462, unpublished. Institut für Werkstoffkunde, Universität Siegen, 02.10.03.
- [17] Mang, F., Knödel, P.: Schweißen und Schweißverbindungen. Abschnitt 9.3 in: Stahlbau Handbuch - Für Studium und Praxis. 2. Auflage, Band 1, Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln 1982. S. 427-444.
- [18] Mang, F., Knödel, P.: Schweißen und Schweißverbindungen. Abschnitt 10.3 in: Stahlbau Handbuch - Für Studium und Praxis. 3. Auflage, Band 1 Teil A, Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln 1993. S. 577-612.
- [19] Paris, P. C. a. Erdogan, F.: A critical analysis of crack propagation laws. Trans. ASME, J. of Basic Engineering, Ser. D. 85 (1963), 528 - 534 (zitiert nach Peterson 1990)

- [20] Petersen, Chr.: Stahlbau, 2. verbesserte Auflage, Vieweg, Braunschweig 1990.
- [21] Richard, H. A.: Interpolationsformel für Spannungsitensitätsfaktoren. VDI-Z 121 (1979), Nr. 22 - November (II), S. 1138-1143 (zitiert nach Mang/Knödel 1993).
- [22] Zammert, W.-U.: Betriebsfestigkeitsberechnung. Vieweg, Braunschweig 1985.
(cited after [20])

10 Anhang

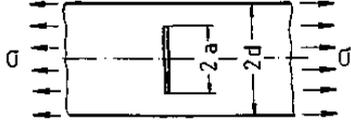
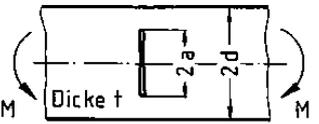
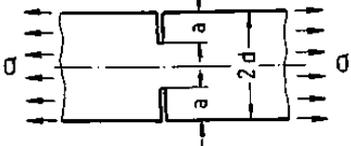
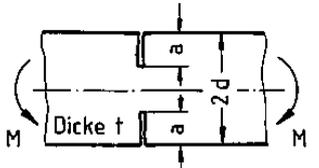
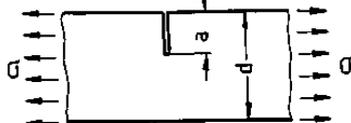
- 1351 -

Tafel 28.2



(aus Petersen 1990 - Achtung: Fehler im rechten unteren Diagramm, siehe Abs. Werkstoffwerte)

$$\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}} = \frac{1}{1 - a/d} \sqrt{\frac{A + Bx}{1 + Cx + Dx^2}} \quad \text{mit } x = \frac{a}{d - a}$$

Nr.	Rißart		Koeffizienten für Interpolationsformel	Bemerkung	Gültigkeit
1	Innenriß im ebenen Zugstab		A = 1.00; B = 0.45 C = 2.46; D = 0.65		$0 \leq a/d \leq 0.9$
2	Innenriß im ebenen Biegestab		A = 0.25; B = 0.33 C = 3.13; D = 4.43	$\sigma = \frac{3aM}{2d^3t}$	$0 \leq a/d \leq 0.9$
3	Randrisse im ebenen Zugstab		A = 1.26; B = 2.18 C = 3.63; D = 5.31		$0 \leq a/d \leq 0.9$
4	Randrisse im ebenen Biegestab		A = 1.26; B = 2.16 C = 5.63; D = -1.43	$\sigma = \frac{3M}{2d^2t}$	$0 \leq a/d \leq 0.6$
5	Randriß im ebenen Zugstab		A = 1.26; B = 82.7 C = 76.7; D = -36.2		$0 \leq a/d \leq 0.5$

(zu Bild 10.3-12)

(Aus Stahlbauhandbuch, Mang/Knödel 1993 bzw. Richard 1979)

$$\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}} = \frac{1}{1 - a/d} \sqrt{\frac{A + Bx}{1 + Cx + Dx^2}} \quad \text{mit } x = \frac{a}{d - a}$$

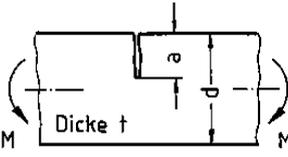
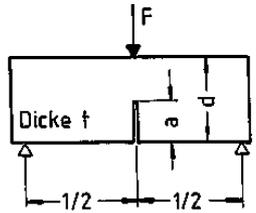
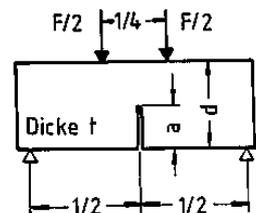
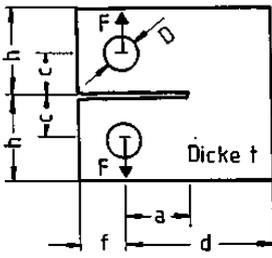
Nr.	Rißart	Koeffizienten für Interpolationsformel	Bemerkung	Gültigkeit
6	Randriß im ebenen Biegestab 	A = 1.26; B = 2.04 C = 6.33; D = -1.37	$\sigma = \frac{6M}{d^2 t}$	$0 \leq a/d \leq 0.6$
7	Dreipunktbiegeprobe 	s/d = 4: A = 1.19; B = 2.17 C = 7.72; D = -1.90 s/d = 8: A = 1.24; B = 0.65 C = 7.32; D = -2.70	$\sigma = \frac{3sF}{2d^2 t}$	$0 \leq a/d \leq 0.6$
8	Vierpunktbiegeprobe 	s/d = 8: A = 1.26; B = 2.04 C = 6.33; D = -1.37	$\sigma = \frac{9sF}{8d^2 t}$	$0 \leq a/d \leq 0.6$
9	Standardprobe der Bruchmechanik  h = 0.6d; c = 0.275d D = 0.25d; f = 0.25d t = 0.5d	A = 0.26; B = -60.0 C = -6.13; D = 1.08	$\sigma = \frac{F}{dt}$	$0.3 \leq a/d \leq 0.7$

Bild 10.3-12 Ermittlung des Formfaktors k zur Berücksichtigung der Rißgeometrie (Auszug aus [50])

(aus Stahlbauhandbuch, Mang/Knödel 1993 bzw. Richard 1979)

Im Konzept der Bruchmechanik lassen sich diese Einflüsse über einen Parameter erfassen, den *Spannungsintensitätsfaktor*

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad [\text{N}/\text{mm}^2 \sqrt{\text{mm}} = \text{Nmm}^{-3/2}]$$

Seite 591

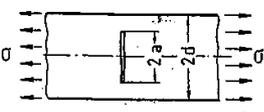
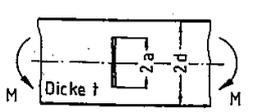
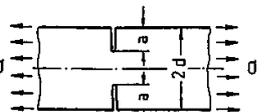
Er beschreibt die Spannungsintensität an der Rispspitze eines Streifens endlicher Breite mit einem quer zur Beanspruchungsrichtung orientierten, mittigen RiB der Länge $2a$. Andere geometrische Verhältnisse werden durch einen Formfaktor k berücksichtigt, so daß im allgemeinen Fall gilt:

$$K_I = k \sigma \sqrt{\pi a}$$

Beispiele zur Ermittlung des Formfaktors k sind im folgenden Bild zusammengestellt.

592 Verbindungstechnik

$$k = \frac{K_I}{\sigma \sqrt{\pi a}} = \frac{1}{1 - a/d} \sqrt{\frac{A + Bx}{1 + Cx + Dx^2}} \quad \text{mit } x = \frac{a}{d - a}$$

Nr.	Rißart	Koeffizienten für Interpolationsformel	Bemerkung	Gültigkeit
1	Innenriß im ebenen Zugstab 	A = 1.00; B = 0.45 C = 2.46; D = 0.65		$0 \leq a/d \leq 0.9$
2	Innenriß im ebenen Biegestab 	A = 0.25; B = 0.33 C = 3.13; D = 4.43	$\sigma = \frac{3aM}{2d^3t}$	$0 \leq a/d \leq 0.9$
3	Randrisse im ebenen Zugstab 	A = 1.26; B = 2.18 C = 3.63; D = 5.31		$0 \leq a/d \leq 0.9$

Beispiel:

Flachblech 800×20 mm, Oberspannung $\sigma_{\max} = 120$ N/mm², Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma = 80$ N/mm², das Blech ist an beiden Rändern je 30 mm eingerissen.

$$(K_I = 120 \text{ N/mm}^2 \sqrt{\pi \cdot 30 \text{ mm}} = 1165 \text{ Nmm}^{-3/2})$$

$$\Delta K_I = 80 \text{ N/mm}^2 \sqrt{\pi \cdot 30 \text{ mm}} = 777 \text{ Nmm}^{-3/2}; \quad 873$$

$$da/dN = 3 \cdot 10^{-13} \text{ mm}^{5/2}/\text{N} \cdot (777 \text{ Nmm}^{-3/2})^{3.0} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

→ die Risse vergrößern sich je 10000 Lastwechsel um 1,4 mm. **2,0**

Das *stabile RiBwachstum* wird mit zunehmender Größe des vorhandenen Risses immer größer, bis schließlich das Stadium des *instabilen RiBwachstums* erreicht wird. Dieses bedeutet ein derart starkes Anwachsen der RiBfortschrittsgeschwindigkeit, daß der Restquerschnitt nach wenigen Lastwechseln durchgerissen ist (in der Terminologie der Schwingfestigkeit ist dies mit dem „Gewaltbruch“ oder „Restbruch“ gleichzusetzen). Für den Grenzzustand, bis zu welchem noch stabiles RiBwachstum vorliegt, kann ein *kritischer Spannungsintensitätsfaktor* K_{Ic} angegeben werden, welcher für Baustähle ungefähr 3000–4000 Nmm^{-3/2} beträgt. Damit läßt sich bei gegebenen Nennspannungsschwingbreiten die kritische RiBgröße a_c ermitteln.

$$a_c = \frac{K_{Ic}^2}{\pi \sigma^2} \cdot \frac{1}{k^2}$$

Mit den Zahlenwerten des obigen Beispiels erhält man

$$a_c = \frac{(3000 \text{ Nmm}^{-3/2})^2}{\pi (120 \text{ N/mm}^2)^2} = 199 \text{ mm.} \quad 156 \text{ mm}$$

Fehlerberichtigung zu Stahlbauhandbuch, Mang/Knödel 1993

(siehe nachfolgende Arbeitsblätter)

Anh. E1 Tabelle 6. Bruchzähigkeit einiger Baustähle bei Raumtemperatur nach [73]

Werkstoff	R_e Nmm^{-2}	K_{Ic} $Nmm^{-3/2}$
St 37-3	230	3 000
StE 47	430	3 000
St 52-3	310	4 000
StE 70	690	3 500

Anh. E1 Tabelle 7. Bruchzähigkeit einiger Stähle bei Raumtemperatur nach [73, 74]

Werkstoff	R_e Nmm^{-2}	K_{Ic} $Nmm^{-3/2}$
Ck 22		1 600
Ck 45		650... 700
50 Mn 7	540	2 100
34 CrMo 4	1 100	3 500
40 CrMo 4	480... 1 330	1 900... 3 800
51 CrMo 4	960	3 500
30 CrNiMo 8		5 900... 3 200
34 CrNiMo 6	1 280... 1 550	2 620... 1 250
38 NiCrMo V 7 3	1 050... 1 800	4 900... 1 000
40 NiCrMo 6	1 200... 1 650	3 600... 1 400
20 MnMoNi 4 5		5 900... 5 420
30 CrMoNiV 5 11	650	1 920
41 SiNiCrMoV 7 6	1 450... 1 800	3 200... 1 050
X 38 CrMoV 5 1	1 100... 1 900	4 000... 800
X 44 CrMoV 5 1	1 430... 1 590	1 700... 830

(aus Dubbel Anhang E1)

Bruchmechanik nach Stahlbau Handbuch Band 1, Teil A, Kapitel 10.3.5.4

vgl. auch Petersen Stahlbau, S. 1351

Formular Bruchmechanik 04-04-13 - erhalten von Dr.-Ing. D. Ibach am 15.05.02, überarbeitet

Beanspruchung

maximale Zugspannung SIG_max 120 N/mm²
Nennspannungsspiel DELTA_SIG 80 N/mm²

Zur Rißgeometrie vgl. Bild 10.3-12, S. 592

Rißlänge a 30 mm
Bauteilbreite d 400 mm
bei symmetrischen Bauteilen: HALBE Bauteilbreite, HALBE Risslänge
Spannungsintensität, Grundwert K_I 777 Nmm^{-3/2}
Formfaktor k nach Bild 10.3-12

Zeile	1	2	3
	Innenriß im ebenen Zugstab	Innenriß im ebenen Biegestab	Randrisse im ebenen Zugstab
Beschr			
A	1	0,25	1,26
B	0,45	0,33	2,18
C	2,46	3,13	3,63
D	0,65	4,43	5,31
a	30	30	30
d	400	400	400
Hilfsgröße	x = a / (d-a)	0,081	0,081
	k	1,003	1,124
Gültigkeitsgrenzen	a/d	0,075	0,075
	Gültig	Gültig	Gültig

Wahl des Formfaktors k

Wahl

Randrisse im
ebenen
Zugstab

Parameterbereich a/d

vgl. Bild 10.3-
Gültig 12, Spalte 6

k 1,124

Spannungsintensität mit Formfaktor

K_I 873 Nmm^{-3/2}

Berechnung des Rißwachstums da/dN

Paris-Erdogan-Parameter C 3E-13 mm^{5/2}/N

Paris-Erdogan-Parameter m 3

Rißwachstum in mm pro Lastwechsel da/dN 2,00E-04 mm/LW

Ausgewertet für N 1,00E+04

ergibt absolute Rißlänge a 2,0 mm

Berechnung der kritischen Rißlänge und der kritischen Lastwechsel

vorh. Spannungsintensitätsfaktor K_I 1309

aus dem krit. Spannungsintensitätsfaktor K_Ic 3000 Nmm^{-3/2}

(gegebenenfalls durch GAMMA_M teilen)

mit maximale Zugspannung SIG_max 120 N/mm²

Formfaktor k 1,124

folgt kritische Rißlänge a_c 157,5 mm

Mit der vorhandenen Rißlänge a 30,0 mm

wird diese kritische Rißlänge erreicht mit 6,39E+05 LW

Kritisches Inspektionsintervall

Mit der Anzahl der Lastwechsel pro Jahr 2000 LW/Jahr

ergibt sich die kritische Zeit 319,43 Jahre

Arbeitsblatt

Beispiel aus Stahlbauhandbuch - 1. Iteration

Bruchmechanik nach Stahlbau Handbuch Band 1, Teil A, Kapitel 10.3.5.4
vgl. auch Petersen Stahlbau, S. 1351

Formular Bruchmechanik 04-04-13 - erhalten von Dr.-Ing. D. Ibach am 15.05.02, überarbeitet

Beanspruchung

maximale Zugspannung	SIG_max	120 N/mm ²
Nennspannungsspiel	DELTA_SIG	80 N/mm ²

Zur Rißgeometrie vgl. Bild 10.3-12, S. 592

Rißlänge	a	153,5 mm
Bauteilbreite	d	400 mm
bei symmetrischen Bauteilen: HALBE Bauteilbreite, HALBE Risslänge		
Spannungsintensität, Grundwert	K_I	1757 Nmm ^{-3/2}
Formfaktor k nach Bild 10.3-12		

Zeile	1	2	3
	Innenriß im ebenen Zugstab	Innenriß im ebenen Biegestab	Randrisse im ebenen Zugstab
Beschr			
A	1	0,25	1,26
B	0,45	0,33	2,18
C	2,46	3,13	3,63
D	0,65	4,43	5,31
a	153,5	153,5	153,5
d	400	400	400
Hilfsgröße	x = a / (d-a)	0,623	0,623
	k	1,100	1,138
Gültigkeitsgrenzen	a/d	0,384	0,384
	Gültig	Gültig	Gültig

Wahl des Formfaktors k

Wahl	3	
		vgl. Bild 10.3-12, Spalte 6
	Gültig	1,138
Spannungsintensität mit Formfaktor	K_I	2000 Nmm^{-3/2}

Berechnung des Rißwachstums da/dN

Paris-Erdogan-Parameter	C	3E-13 mm ^{5/2} /N
Paris-Erdogan-Parameter	m	3
Rißwachstum in mm pro Lastwechsel	da/dN	2,40E-03 mm/LW
Ausgewertet für	N	1,00E+04
ergibt absolute Rißlänge	a	24,0 mm

Berechnung der kritischen Rißlänge und der kritischen Lastwechsel

vorh. Spannungsintensitätsfaktor	K_I	3000
aus dem krit. Spannungsintensitätsfaktor	K_Ic	3000 Nmm ^{-3/2}
(gegebenenfalls durch GAMMA_M teilen)		
mit	maximale Zugspannung	SIG_max
	Formfaktor	k
		1,138
folgt	kritische Rißlänge	a_c
		153,5 mm
Mit der vorhandenen Rißlänge	a	153,5 mm
wird diese kritische Rißlänge erreicht mit		1,78E+01 LW
Kritisches Inspektionsintervall		
Mit der Anzahl der Lastwechsel pro Jahr		2000 LW/Jahr
ergibt sich die kritische Zeit		0,01 Jahre

Arbeitsblatt

Beispiel aus Stahlbauhandbuch - N. Iteration